Suite de notre série de textes sur les maths…

Pour retrouver l'épisode I Objet de haine… Objet d'amour !

De la haine à l'amour

Toutes les expériences négatives racontées par exemple par Stella Baruk, rentrent bien dans ce que j'appelle l'abêtissement de l'école, dans un apprentissage qui ne prend pas en compte les interrogations, les cheminements singuliers, qui est plus proche d'un dressage (Sébastien Faure, *Propos subversifs*, Librairie sociale, Paris, 1921).

Et nous avons de nombreux moyens de transformer un enseignement abêtissant en un enseignement émancipateur, un enseignement où à partir du présupposé nous sommes toutes et tous plus intelligent(e)s que nous le croyons, nous nous enrichissons mutuellement par un « faire » en commun, par des dialogues. Je citerai trois outils : les créations mathématiques (outil ICEM-Freinet), la narration de recherche (outil de l'IREM de Montpellier), le débat scientifique (outil de l'IREM de Grenoble).

Je parlerai aussi du langage : employer les mots proportionnalités, vecteur, translation et même symétrie avec une personne qui a déjà connu ce sentiment d'incompréhension totale en mathématiques, vous êtes sûr de voir son esprit se fermer ; donc avant d'utiliser ce langage, il y a pour moi, et beaucoup d'autres, à vivre tout ce qui est de l'ordre du corps, de l'expérimental, de l'intuitif : prenons la translation, elle se vit avec une simplicité naturelle dans le mouvement, dans la cour, elle s'exprime par des mots et ensuite seulement on peut reprendre le langage du manuel si l'on veut et construire les concepts correspondants. Wittgenstein a beaucoup étudié l'enseignement des maths et bien exprimé que le travail sur le langage n'était pas là pour le changer de forme mais pour se changer soi-même en le travaillant.

Ce sont bien par les activités de raisonnement donc de discours que va se constituer l'objet mathématique, mais après le plaisir des jeux et des manipulations.
Une question primordiale dont la réponse est loin d'être évidente est : pourquoi enseigner les mathématiques ? Cette question est peu posée avant l'entrée au collège. Nous sommes plongés dans l'empire des nombres et des formes. Leur existence ne nous questionne pas plus que celle des arbres et des fleurs et fait partie de notre vie quotidienne (numéro de rues, fenêtres rectangulaires…).

Ce n'est plus le cas des mathématiques enseignées au collège. À partir du collège, le savoir sur les nombres et les formes devient, tout autant que les arts, la littérature, la menuiserie, la cuisine, une réponse à trois aspirations de l'être humain : résolution de problèmes pratiques, jeux de l'esprit et désir de percer les secrets de la nature ou le mystère de l'esprit humain.

Ainsi, les mathématiques égyptiennes (Leur étude passionne tous les élèves ; une vidéo *Les Comptes de Bastet* réalisée par l'IREM de Toulouse permet de « faire le programme » de 6ème. À Paris, le Louvre propose des ateliers spécifiques.) pour l'étude desquelles nous avons à notre disposition de nombreux documents dont le papyrus du scribe Ahmès de 1800 avant notre ère répondent à des problèmes pratiques liés aux crues du Nil, résulte de l'oisiveté des scribes, comme nous le dit Aristote et sont, selon Ahmès lui-même, « bon exemple pour aller au fond des choses, pour apprendre à connaître tout ce qui est, tout ce qui est obscur, percer tous les secrets ».

Mais que sont les maths ?

Les réponses sont variées. Beaucoup de mathématiciens sont platoniciens, c'est-à-dire que pour nombre de créateurs en maths depuis Platon jusqu'à nos jours, les maths font partie du monde des idées, Dieu a tout inventé, les hommes ne font que découvrir. Ils ont ainsi un point de vue téléologique sur les maths c'est-à-dire que tout est déjà là, qu'il n'aurait pas été possible que les objets comme le nombre réel par exemple soient autres. Donc le livre est déjà écrit, il n'y a qu'à le lire.

D'autres sont aristotéliciens : les maths ne sont pas empiriques mais liées à nos perceptions, leur écoute est donc à prendre en compte ainsi que nos réflexions spontanées.

D'autres considèrent les maths comme une partie de la physique, donc une science expérimentale. Ces postures philosophiques différentes ne sont pas sans rapport avec les manières diverses d'aborder les objets mathématiques des « apprenants ».
Dans l'invention de nouveaux concepts, que nous soyons mathématiciens, philosophes ou « apprenants », mathématiques, physique et philosophie ont partie liée, sont l'objet de prédations réciproques et font appel à notre imaginaire.
Prenons un exemple : que nous évoque le mot « cercle ? ». Le premier étonnement vient de la diversité des réponses spontanées. Le travail sur cette notion n'est jamais fini. On peut le voir avec cette belle lettre de Platon qui en répondant à une sollicitation politique met bien en scène une première diversité d'approche : « Dans la méditation… la vérité jaillit soudain dans l'âme, comme une lumière qui jette une étincelle sautillante, et dès lors, elle croît toute seule…

Il y a pour chacun des êtres trois choses indispensables à qui veut en acquérir la connaissance. La science en est une quatrième, et il faut reconnaître comme cinquième ce qui est connaissable et existe véritablement. La première est le nom, le deuxième la définition, la troisième l'image et la quatrième la science. Pour comprendre ce que j'ai dit tout à l'heure, prends un exemple et applique le à tout. Il y a quelque chose qu'on appelle cercle, qui a pour nom le mot même que je viens de prononcer. En second lieu, il y a une définition du cercle, laquelle est composée de noms et de verbes : ce qui est partout équidistant des extrémités au centre, telle est la définition de ce qu'on appelle rond, circonférence, cercle. En troisième lieu vient l'objet qu'on dessine et qu'on efface, qu'on fabrique au tour, et qu'on détruit, tandis que le cercle lui-même auquel tout cela se rapporte est étranger à toutes ces vicissitudes, parce qu'il est différent. La quatrième chose est la science, l'intelligence et l'opinion vraie relatives à ces objets, qu'il faut englober dans un seul genre et qui ne résident point dans les paroles ni dans les formes corporelles, mais dans les âmes, par quoi il est évident qu'elles sont d'une autre nature que le cercle même et que les trois choses que j'ai mentionnées précédemment. De ces éléments, c'est l'intelligence qui, pour la parenté et la ressemblance, se rapproche le plus du cinquième ; les autres en sont plus éloignés…

Chacun des cercles dessinés dans les exercices géométriques ou façonnés au tour est plein de ce qui est opposé au cinquième. Il confine, en effet dans toutes ses parties à la ligne droite ; mais le cercle en soi, disons-nous, ne contient en lui aucun élément petit ou grand de la nature opposée à la sienne… ». (Platon, *Lettre 7*)

La richesse sémantique d'une notion apparemment aussi simple que celle du cercle est source de nombreuses réflexions, études. Dans l'enseignement, il y a souvent le choix de la « définition » à apprendre par cœur. Là encore s'y jouent les présupposés de ce que sont les mathématiques : maths pures pour les uns, pour qui, à la suite d'Euclide, le mouvement doit être banni de la construction théorique, maths mixtes pour d'autres. La définition statique dans laquelle la notion de mouvement n'intervient pas « ensemble des points équidistants du centre » sera critiquée par les tenants d'une

définition génétique ou dynamique. Pour Spinoza, le cercle devrait être ainsi défini : « une figure décrite par toute ligne dont une extrémité est fixe et l'autre mobile » (Spinoza, *Réforme de l'entendement*). On retrouve ici l'opposition statique / dynamique qui, de nos jours comme dans l'histoire, est le sujet de vives querelles, lesquelles président souvent à l'établissement des fameux programmes ! Comme tout concept, celui de cercle s'enrichit et sa construction n'est jamais finie et encore sujet de polémique très contemporaine : « empirisme puéril qui prétend voir le cercle de la géométrie pure comme la moyenne de la multitude des cercles sensibles… » (Gilles Châtelet, *Vivre et penser comme des porcs*, p. 52). Enseigner c'est avoir présentes à l'esprit les diversités d'approches historiques, géographiques, psychologiques,… les différents points de vue.